

【数 学】 (60分) 〈満点：100点〉

- (注意) 1. 「答えのみでよい」という問題以外は、考え方や途中経過もわかりやすく記入すること。
2. 近似値は用いないこと。
3. 図は必ずしも正確ではない。

1 以下の各問題に答えなさい。「答えのみでよい」

(1) 次の式を簡単にしなさい。

① $2009^2 - 1991^2$

② $\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^2 + 6\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right) + \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^2$

(2) 次の方程式を解きなさい。

① $x(2x-1) = x(5x+4)$

② $(\sqrt{2}x + \sqrt{6})^2 - 4(x + \sqrt{3}) - 30 = 0$

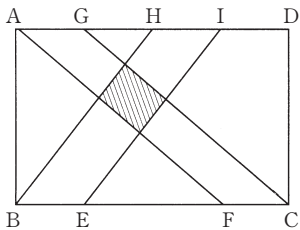
(3) 次の整数に関する問題に答えなさい。

① 2009が自然数 n で割り切れるとき、その商が素数となるような n をすべて求めなさい。

② 3つの数1858, 3867, 5876がある自然数 n で割るとすべて余りが等しいという。 n を求めなさい。ただし、 $n \neq 1$ で、商も自然数とする。

2 次の問いに答えなさい。

(1) 図のような長方形 ABCD があり、 $AB=3$, $AD=4$ である。また、点 E, F は辺 BC 上の点で、点 G, H, I は辺 AD 上の点である。 $BE=FC=AG=GH=HI=1$ のとき、図の斜線部分の面積を求めなさい。

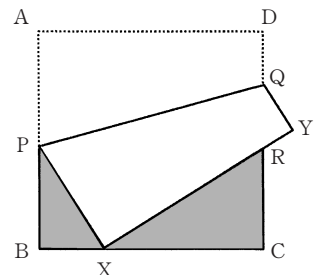


(2) 白球 6 個、赤球 4 個が入っている袋がある。袋の中を見ないで、球を 1 個ずつ 1 回目、2 回目と順番に取り出す。1 回目が白球ならばさらに白球を 1 個加えて袋の中にもどし、1 回目が赤球ならばさらに赤球を 1 個加えて袋の中にもどす。このとき、2 回目に赤球を取り出す確率を求めなさい。

3 正方形の折り紙 ABCD がある。その表面は赤色で裏面が白色である。図のように正方形 ABCD を折ったあとの頂点 A, D の位置をそれぞれ X, Y とする。また折り目の線を PQ とし、XY と CD の交点を R とする。このとき、点 A が辺 BC 上で $BX = 3\text{ cm}$, $XC = 6\text{ cm}$ をみたす点 X にくるように折る場合、次の各問いに答えなさい。

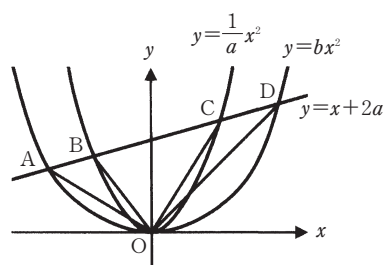
(1) PX と QY の長さをそれぞれ求めなさい。

(2) 図のように折った状態の赤色部分と白色部分の面積比を求めなさい。



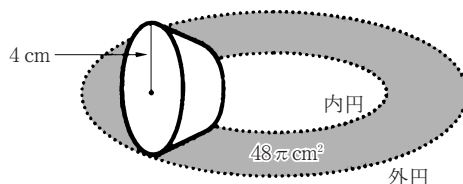
- 4 2つの放物線 $y = \frac{1}{a}x^2$ と $y = bx^2$ がある。ただし、 $\frac{1}{a} > b > 0$

とする。この2つの放物線と直線 $y = x + 2a$ が図のように交わっていて、それらの交点を左から順にA, B, C, Dとする。 $\triangle OAD$ の面積が $\sqrt{3}$, $AD : BC = 4 : \sqrt{3}$, $CD = \sqrt{6}$ であるとき、次の各問に答えなさい。



- (1) 点Bと点Cの各座標を a を用いて、それぞれ表しなさい。
- (2) $\triangle OBC$ の面積と a の値を求めなさい。
- (3) 点Dの座標と b の値を求めなさい。

- 5 図のように、底面の半径が4 cmの円錐台を、平面上で転がしたところ、2本の点線で示した内円と外円の上を1周してもとの場所にかえるまでに、ちょうど2回転した。内円と外円で囲まれたリング形の部分の面積が $48\pi \text{ cm}^2$ であるとき、次の各問に答えなさい。ただし、ここで π は円周率である。(円錐台とは、円錐を底面に平行な平面で切ったとき、上部の円錐を取り除いた立体のことである。)



- (1) この円錐台の体積を求めなさい。
- (2) (※入学試験問題として適切ではない出題のため、削除いたしました。)

- 6 $AB = BC = 7$ である $\triangle ABC$ が円Oに内接している。点Pは弧BC上を動き、 $\angle BPC = 120^\circ$ であるという。次の各問に答えなさい。

- (1) 円Oの半径を求めなさい。さらに、 $\angle BAP = 15^\circ$ のとき、CPの長さを求めなさい。
- (2) $\triangle ABP$ の面積が $\triangle ABC$ の面積の半分になるとき、CPの長さを求めなさい。

